

5ème - Parallélogramme

COMPÉTENCES ÉVALUÉES DANS CE CHAPITRE :

(T : compétences transversales, N : activités numériques, G : activités géométriques, F : gestion de données et fonctions)

Intitulé des compétences		Eval.1	Eval.2	Eval.3
T1	Connaître le vocabulaire, les définitions et les propriétés du cours	○ ○	○ ○	○ ○
T3	Réaliser une figure géométrique à partir d'un programme de construction	○ ○	○ ○	○ ○
G15	Reconnaître un parallélogramme grâce à sa définition	○ ○	○ ○	○ ○
G16	Construire un parallélogramme	○ ○	○ ○	○ ○
G17	Utiliser les propriétés d'un parallélogramme relatives à ses côtés, ses diagonales ou ses angles	○ ○	○ ○	○ ○
G18	Démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme	○ ○	○ ○	○ ○
G19	Reconnaître un parallélogramme particulier (rectangle, losange, carré) grâce à sa définition	○ ○	○ ○	○ ○
G20	Construire un parallélogramme particulier	○ ○	○ ○	○ ○
G21	Utiliser les propriétés des parallélogrammes particuliers	○ ○	○ ○	○ ○
G22	Déterminer la nature d'un parallélogramme particulier	○ ○	○ ○	○ ○
		Taux de réussite : %		
		Note du chapitre : /20		
		Moyenne de la classe : /20		

* : cette compétence fait partie du **socle commun**.

Légende du tableau de compétences :

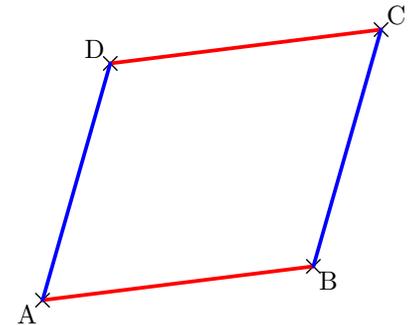
- Deux points verts :** *Je sais très bien faire*
- Un point vert :** *Je sais bien faire, mais il reste quelques erreurs*
- Un point rouge :** *Je ne sais pas bien faire, il y a trop d'erreurs*
- Deux points rouges :** *Je sais pas faire du tout*

16.1 Reconnaître un parallélogramme

Définition : parallélogramme

Un **parallélogramme** est un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles deux à deux

Ci-contre, le quadrilatère ABCD est un parallélogramme ; les côtés (AB) et (CD) sont parallèles, tout comme les côtés (AD) et (BC).



16.2 Centre de symétrie d'un parallélogramme

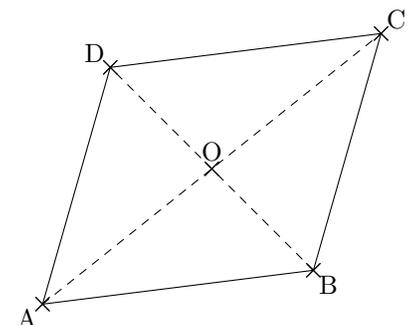
Propriété

Un **parallélogramme** a un centre de symétrie : le point d'intersection de ses diagonales

On dit que ABCD est un parallélogramme **de centre O**.

Par la symétrie de centre O :

- C est le symétrique de A
- D est le symétrique de B
- [CD] est le symétrique de [AB]
- [AD] est le symétrique de [BC]



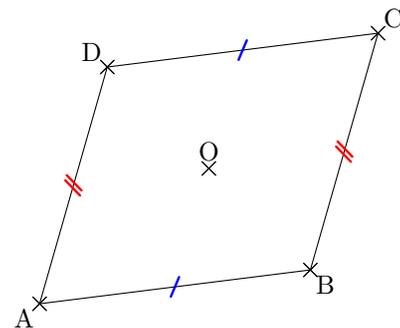
16.3 Utiliser les propriétés d'un parallélogramme

a) propriété relative à la longueur de ses côtés

Propriété 1

Si un quadrilatère est un parallélogramme, **alors** ses côtés opposés sont de la même longueur.

Les segments $[CD]$ et $[AB]$ sont symétriques par rapport au point O ; or le symétrique d'un segment est un segment de même longueur. Donc $[CD]$ et $[AB]$ ont même longueur, tout comme $[AD]$ et $[BC]$.

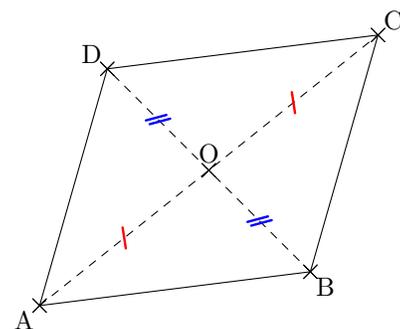


b) propriété relative aux diagonales

Propriété 2

Si un quadrilatère est un parallélogramme, **alors** ses diagonales se coupent en leur milieu.

Les points A et B sont les symétriques respectifs de C et D par rapport au point O ; or dire que deux points sont symétriques par rapport au point O revient à dire que O est le milieu du segment formé par ces deux points. Donc O est le milieu de $[AC]$, et aussi celui de $[BD]$.

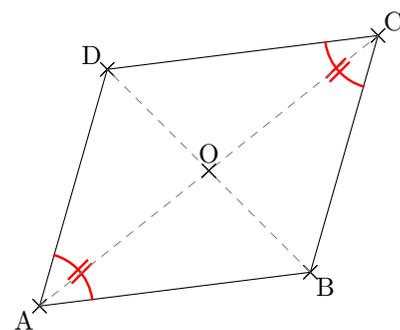


c) propriétés relative aux angles

Propriété 3

Si un quadrilatère est un parallélogramme, **alors** ses angles opposés ont la même mesure.

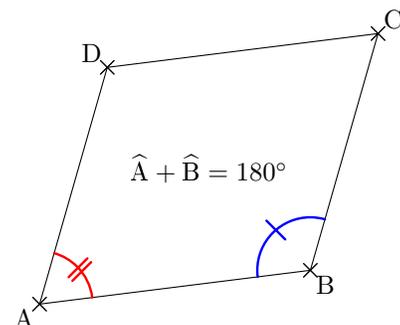
Le symétrique de l'angle \widehat{BAD} par rapport au point O est l'angle \widehat{DCB} ; ils sont donc de même mesure



Propriété 4

Si un quadrilatère est un parallélogramme, **alors** ses angles consécutifs sont supplémentaires (c'est-à-dire que la somme de leurs mesures vaut 180°).

Preuve : voir par ailleurs (*chapitre "angles et parallélisme"*)



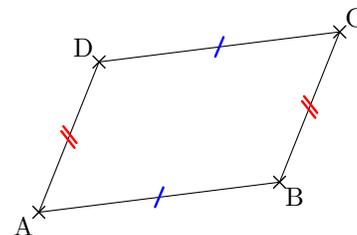
16.4 Démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme

Pour cela, on utilise les **réciroques** des propriétés énoncées ci-dessus :

a) en utilisant la longueur de ses côtés

Propriété 5

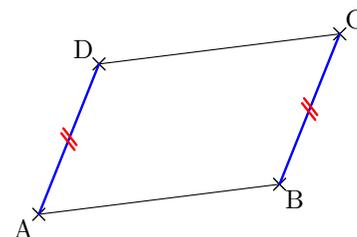
Si un quadrilatère (non croisé) a ses côtés opposés de la même longueur, **alors** ce quadrilatère est un parallélogramme



ou une variante :

Propriété 6

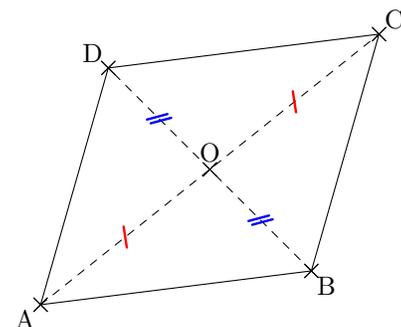
Si un quadrilatère (non croisé) a **deux** côtés opposés parallèles et de même longueur, **alors** ce quadrilatère est un parallélogramme



b) en utilisant les diagonales

Propriété 7

Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, **alors** ce quadrilatère est un parallélogramme



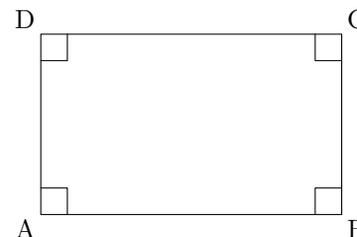
16.5 Reconnaître un parallélogramme particulier grâce à sa définition

a) Le rectangle

Définition : rectangle

Un **rectangle** est un quadrilatère qui a tous ses angles droits

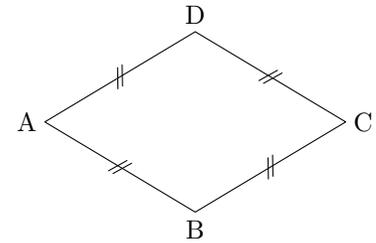
Ses côtés opposés sont donc parallèles deux à deux : c'est un parallélogramme particulier.



b) Le losange

Définition : losange

Un **losange** est un quadrilatère qui a tous ses côtés de la même longueur

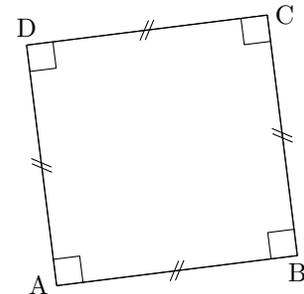


Ses côtés opposés sont de même longueur deux à deux : c'est donc un parallélogramme particulier.

c) Le carré

Définition : carré

Un **carré** est un quadrilatère qui a tous ses angles droits et tous ses côtés de la même longueur



C'est à la fois un rectangle et un losange ; c'est donc un parallélogramme particulier.

16.6 Utiliser les propriétés des parallélogrammes particuliers

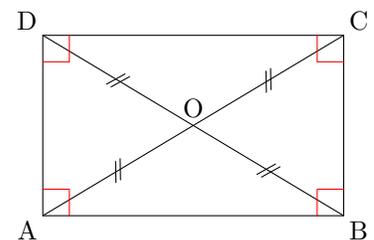
Le rectangle, le losange et le carré sont des parallélogrammes particuliers ; ils en ont donc les propriétés :

- ils ont un centre de symétrie : le point d'intersection de leurs diagonales
- leurs côtés opposés sont de la même longueur deux à deux
- leurs diagonales se coupent en leur milieu.

a) Le rectangle

Propriété 8

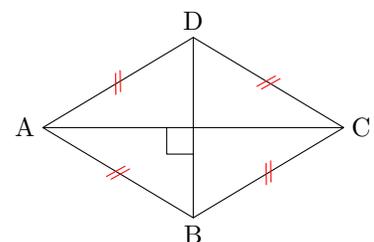
Si un quadrilatère est un rectangle, **alors** ses diagonales sont de la même longueur.



b) Le losange

Propriété 9

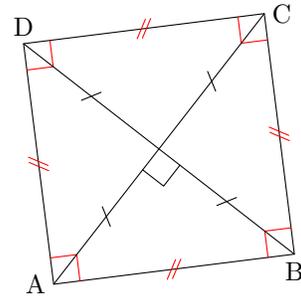
Si un quadrilatère est un losange, **alors** ses diagonales sont perpendiculaires.



c) Le carré

Propriété 10

Si un quadrilatère est un carré, **alors** ses diagonales sont de la même longueur et perpendiculaires.



16.7 Déterminer la nature d'un parallélogramme particulier (rectangle, losange, carré)

a) Le rectangle

Propriété 11

Si un parallélogramme a un angle droit, **alors** c'est un rectangle.

Propriété 12

Si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur, **alors** c'est un rectangle.

b) Le losange

Propriété 13

Si un parallélogramme a deux côtés **consécutifs** de la même longueur, **alors** c'est un losange.

Propriété 14

Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires, **alors** c'est un losange.

c) Le carré

Propriété 15

Si un parallélogramme a un angle droit et deux côtés **consécutifs** de la même longueur, **alors** c'est un carré.

Propriété 16

Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires et de même longueur, **alors** c'est un carré.

Pour résumer...

